UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de longitud 2 metros se divide en dos trozos. Con el primero se forma un rectángulo cuya base es el doble de su altura y con el segundo trozo se forma un cuadrado. Calcula las longitudes de dichos trozos para que la suma de las áreas del rectángulo y el cuadrado resultantes sea mínima.

Ejercicio 2.- Se considera el recinto del plano situado en el primer cuadrante limitado por las rectas $y = 4x$, $y = 8 - 4x$ y la curva $y = 2x - x^2$.

(a) [0'5 puntos] Realiza un esbozo de dicho recinto.

(b) [2 puntos] Calcula su área.

Ejercicio 3.- Considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ky & + & 2z & = & k+1 \\ x & + & 2y & + & kz & = & 3 \\ (k+1)x & + & y & + & z & = & k+2 \end{array}\right.$$

(a) [1'25 puntos] Determina los valores de k para los que el sistema tiene más de una solución.

(b) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de k para el cual el sistema no tiene solución?

(c) [0'75 puntos] Resuelve el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (k, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -2)$ y $\vec{w} = (1, 1, k)$, donde k es un número real.

(a) [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

(b) [1 punto] Determina los valores de k para los que $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{v} - \vec{w}$ son ortogonales.

(c) [0'75 puntos] Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y tienen módulo 1.

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 3) - x$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [**1'5 puntos**] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [**1 punto**] Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + b\ln(x)$, donde ln denota la función logaritmo neperiano, tiene un extremo relativo en $x = 1$ y que

$$\int_1^4 f(x)\, dx = 27 - 8\ln(4)$$

Ejercicio 3.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, sea B la matriz que verifica que $AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

(a) [**1 punto**] Comprueba que las matrices A y B poseen inversas.

(b) [**1'5 puntos**] Resuelve la ecuación matricial $A^{-1}X - B = BA$.

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{2-y}{2} = z - 3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.
